

PROBLEMAS DE BALANCES DE MATERIA



José Abril Requena
2013

Un poco de teoría

El balance de materia es la expresión matemática del principio de conservación de la materia, por lo tanto en cualquier proceso será cierta la expresión:

$$\sum \left[\left(\text{Caudales} \right)_{\text{de entrada}} + \left(\text{velocidad de} \right)_{\text{producción}} \right] = \sum \left[\left(\text{Caudales} \right)_{\text{de salida}} + \left(\text{velocidades de} \right)_{\text{destrucción}} \right]$$

Dicho de otra forma, de un proceso se obtendrá todo lo que entra junto con lo que se produzca en él, descontando lo que se destruya.

El balance de materia se puede aplicar a procesos y operaciones continuos o discontinuos y tendrá que producir una ecuación en la que se pueda despejar una variable en función de las restantes.

En un **proceso por cargas** la materia entra a la zona de trabajo de una sola vez y sale después del tiempo de proceso. El balance se referirá a este periodo y su expresión matemática será:

$$E = S + A + D$$

Siendo:

- E: materia que entra
- S: materia que sale
- A: materia que se acumula o se produce
- D: materia que desaparece.

El balance global se aplicará al todo, sin distinción de naturaleza. En este caso el término D no tendrá sentido y el término A se referirá a la acumulación.

Se podrán establecer balances parciales de los componentes o de las fases que intervienen en el proceso. El término D indica entonces la cantidad de componente o de fase que desaparece por reacción química (o física) para dar lugar a otro componente o fase. Si no hay reacción el término D será nulo.

En cualquier caso pueden establecerse tantos balances parciales como componentes intervengan en el proceso. Entre las variables del proceso se podrán escribir tantas ecuaciones como balances parciales. En cualquier caso se establecerán los balances necesarios para poder disponer de un sistema con tantas ecuaciones como incógnitas.

En los **procesos continuos** las materias entran continuamente en la zona de trabajo, y salen del mismo modo. El balance se aplicará una vez alcanzado el estado

estacionario. En este caso no podrá producirse acumulación de materia y en la ecuación intervendrán los caudales másicos, que son independientes del intervalo considerado. La ecuación será:

$$\dot{E} = \dot{S} + \dot{D}$$

Siendo: $\dot{E}$ = caudal másico que entra
 $\dot{S}$ = caudal másico que sale
 $\dot{D}$ = caudal másico que desaparece

En este caso el balance también podrá ser global o parcial. En el primero los flujos de entrada tendrán que ser igual a los de salida, mientras que en los balances de componente se considerará el flujo de los que desaparezcan.

Cómo resolver un balance de materia

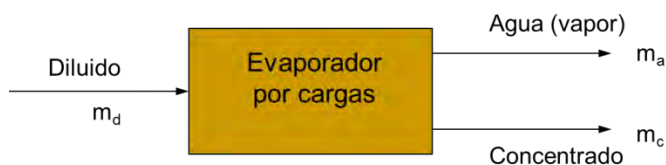
La ecuación de un balance de materia sirve para calcular uno de los términos en función de los demás que serán los datos conocidos.

Para que la resolución de un balance sea más sencilla será conveniente escribir la ecuación a la vista de un diagrama de flujo, en el que se distingan claramente todas las corrientes que entran y salen, con los datos que correspondan a cada una de ellas.

Los pasos a dar serán los siguientes:

1. Identificar la propiedad sobre la que se va a establecer el balance
2. Elegir las unidades apropiadas para el cálculo
3. Escribir las ecuaciones necesarias para poder resolver las incógnitas que presente el problema
4. Resolver el sistema de ecuaciones

- Balance global de materia en un proceso por cargas:



En este caso el balance global se establecerá para el cálculo de las masas que intervienen que se expresarán en kilogramos.

La ecuación del balance será:

$$m_d = m_a + m_c$$

- *Balance global de materia en un proceso en continuo:*

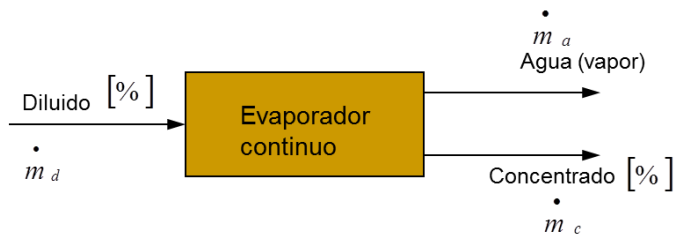


En este caso el balance global se establecerá para el cálculo de los caudales másicos que intervienen que se expresarán en kg/s. No se utilizarán caudales volumétricos porque no son sumatorios y se modifican al modificarse la temperatura.

La ecuación del balance será:

$$\dot{m}_d = \dot{m}_a + \dot{m}_c$$

- *Balance de componente*



En el proceso descrito por este diagrama de flujo intervienen dos componentes: los sólidos y el agua en la que se encuentran disueltos a mayor o menor concentración. Por lo tanto el balance se podrá establecer para cada uno de estos componentes, siendo la propiedad a considerar el caudal másico de componente, que se medirá en kg/s. La concentración de cada componente se deberá expresar en la única unidad adecuada a este cálculo: fracción másica, por lo tanto si en los datos aparecen las concentraciones expresadas en otras unidades el primer paso será convertirlas a fracción másica.

Las ecuaciones de este balance serán:

Balance global:

$$\dot{m}_d = \dot{m}_a + \dot{m}_c$$

Balance de sólidos:

$$\dot{m}_d \cdot \chi_{dil}^{sólidos} = \dot{m}_c \cdot \chi_{conc}^{sólidos}$$

Balance de agua:

$$\dot{m}_d \cdot \chi_{dil}^{agua} = \dot{m}_a \cdot \chi_{agua}^{agua} + \dot{m}_c \cdot \chi_{conc}^{agua}$$

Como se aprecia, en el balance de sólidos no participa el agua. En el balance de agua participan tanto el diluido como el concentrado porque en ambos casos contienen este componente. Es evidente que la fracción másica de agua en el agua vale la unidad.

Las unidades de cada uno de los términos de las ecuaciones de los balances de componente son:

- En el balance de sólidos:

$$\dot{m}_d \cdot \chi_{dil}^{sólidos} = \frac{kg \text{ diluido}}{s} \cdot \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ diluido}} = \frac{kg \text{ sólidos}}{s}$$

$$\dot{m}_c \cdot \chi_{conc}^{sólidos} = \frac{kg \text{ conc}}{s} \cdot \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ conc}} = \frac{kg \text{ sólidos}}{s}$$

- En el balance de agua:

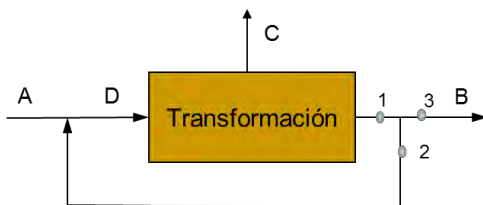
$$\dot{m}_d \cdot \chi_{dil}^{agua} = \frac{kg \text{ diluido}}{s} \cdot \frac{kg \text{ agua}}{kg \text{ diluido}} = \frac{kg \text{ agua}}{s}$$

$$\dot{m}_c \cdot \chi_{conc}^{agua} = \frac{kg \text{ conc}}{s} \cdot \frac{kg \text{ agua}}{kg \text{ conc}} = \frac{kg \text{ agua}}{s}$$

Se comprueba que en los dos casos se está trabajando con unidades de caudal de cada uno de los componentes.

Dónde se monta el balance

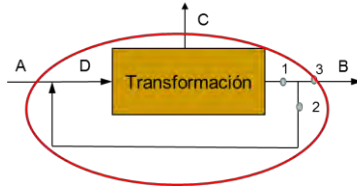
El balance se deberá establecer allí donde encuentre la información necesaria para resolver las incógnitas.



En el proceso de la figura, la materia prima A se convierte en los productos B y C. Además, una parte de B se recicla y vuelve a entrar en la transformación acompañando a A, formando D.

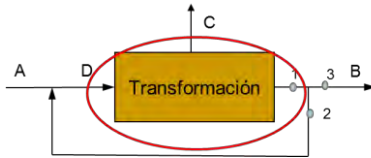
En estas condiciones, ¿cuántos balances se pueden establecer?

- Balance en el proceso completo



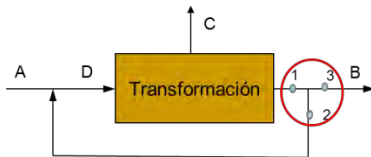
$$A = B(3) + C$$

- Balance en la transformación



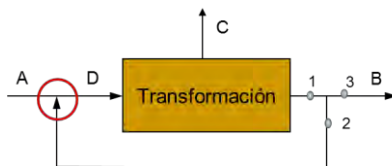
$$D = B(1) + C$$

- Balance en la separación de corrientes



$$B(1) = B(2) + B(3)$$

- Balance en la unión de corrientes



$$A + B(2) = D$$

Que se puedan establecer todos estos balances no significa que todos ellos sean necesarios para resolver el problema. En cada caso se deberá elegir aquellos que lleven al resultado final por el camino más corto.

Problemas resueltos

Problema nº1

Calcular la masa de concentrado que se obtendrá en un evaporador por cargas cuando a 500 kg de diluido se le retiran 400 kg de agua.



Solución:

Este sería un ejemplo del balance global más sencillo y que responde a la ecuación general que ya se ha visto:

$$m_d = m_a + m_c$$

sustituyendo:

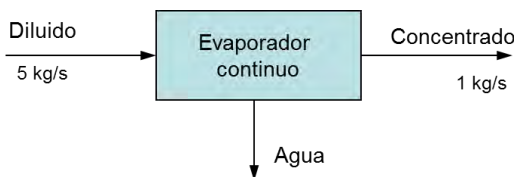
$$500 = 400 + m_c$$

$$m_c = 500 - 400 = 100 \text{ kg}$$

Es evidente que para resolver este problema solo es necesario saber restar.

Problema nº2

Calcular el caudal másico de agua que se obtendrá de un evaporador continuo que se alimenta con 5 kg/s de diluido y del que se obtienen 1 kg/s de concentrado.



Solución:

Como en el problema anterior este es un simple ejemplo de aplicación directa de la ecuación de balance global de caudales másicos:

$$\dot{m}_d = \dot{m}_a + \dot{m}_c$$

sustituyendo:

$$5 = \dot{m}_a + 1$$

$$\dot{m}_a = 5 - 1 = 4 \frac{kg}{s}$$

y la solución es tan inmediata como la del problema nº1.

Problema nº3

Calcular la masa de concentrado al 50% de sólidos que se obtendrá en un evaporador por cargas cuando se tratan 500 kg de diluido con un 10% de sólidos.



Solución:

En este caso el balance se montará sobre uno de los dos componentes: sólidos o agua. Como el enunciado pide el cálculo del concentrado producido, la solución más sencilla se alcanzará con un balance de sólidos.

Por lo tanto, en primer lugar se convertirán las concentraciones de diluido y concentrado a fracción másica de sólidos y se establecerá el balance correspondiente:

$$\chi_{dil}^{sólidos} = \frac{10 kg \text{ sólidos}}{100 kg \text{ diluido}} = 0,1 \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ diluido}}$$

$$\chi_{conc}^{sólidos} = \frac{50 kg \text{ sólidos}}{100 kg \text{ conc}} = 0,5 \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ conc}}$$

$$m_d \cdot \chi_{dil}^{sólidos} = m_c \cdot \chi_{conc}^{sólidos}$$

comprobación de las unidades:

$$kg \text{ diluido} \cdot \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ diluido}} = kg \text{ conc} \cdot \frac{kg \text{ sólidos}}{kg \text{ conc}}$$

$$kg \text{ sólidos} = kg \text{ sólidos}$$

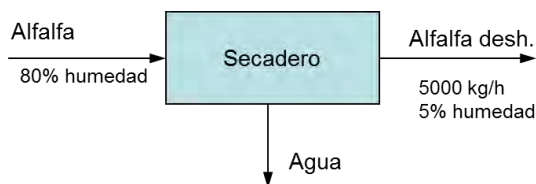
efectivamente es un balance de sólidos que como es lógico se expresa justamente en kg de sólidos. Ya se pueden sustituir los valores en la ecuación del balance:

$$500 \cdot 0,1 = m_c \cdot 0,5$$

$$m_c = \frac{50}{0,5} = 100 kg$$

Problema nº4

Calcular cuanto alfalfa, con un 80% de humedad, se debe alimentar a un secadero para producir 5000 kg/h de alfalfa deshidratada, con un 5% de humedad.

**Solución:**

Es un problema similar al anterior aunque en este caso se trata de un proceso en continuo y por lo tanto se manejan caudales másicos. Como no se pide el agua eliminada, el balance se establecerá también sobre los sólidos, que en este ejemplo se denominan extracto seco.

El primer paso será utilizar las unidades adecuadas para caudal másico y concentraciones:

$$\dot{m}_{alf\ desh} = 5000 \frac{kg}{h} \cdot \frac{1h}{3600s} = 1,39 \frac{kg\ alfalfa\ desh}{s}$$

$$\chi_{alfalfa}^{ext\ seco} = \frac{(100 - 80)kg\ ext\ seco}{100\ kg\ alfalfa} = 0,2 \frac{kg\ ext\ seco}{kg\ alfalfa}$$

$$\chi_{alf.\ desh}^{ext\ seco} = \frac{(100 - 5)kg\ ext\ seco}{100\ kg\ alf.\ desh} = 0,95 \frac{kg\ ext\ seco}{kg\ alf.\ desh}$$

Balance de extracto seco:

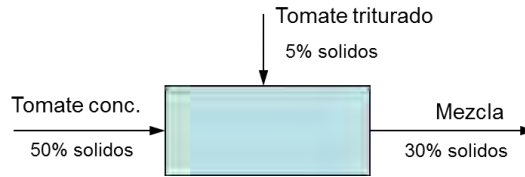
$$\dot{m}_{alfalfa} \cdot \chi_{alfalfa}^{ext\ seco} = \dot{m}_{alf\ desh} \cdot \chi_{alf.\ desh}^{ext\ seco}$$

$$\dot{m}_{alfalfa} \cdot 0,2 = 1,39 \cdot 0,95$$

$$\dot{m}_{alfalfa} = \frac{1,3205}{0,2} = 6,6 \frac{kg}{s}$$

Problema nº5

Calcular el tomate triturado, del 5% de sólidos, que debe añadirse a 400 kg de un tomate concentrado del 50% de sólidos para que la mezcla final tenga un contenido de sólidos del 30%.



Solución:

En primer lugar se puede establecer un balance global:

$$m_{Tc} + m_{Tt} = m_M$$

que tomando valores:

$$400 + m_{Tt} = m_M$$

se dispone de una ecuación con dos incógnitas, por lo que será necesario encontrar otra ecuación que las ligue para poder resolver el problema. La segunda ecuación se buscará en un balance de componente, en este caso de sólidos.

Balance de sólidos:

$$m_{Tc} \cdot \chi_{Tc}^{\text{sólidos}} + m_{Tt} \cdot \chi_{Tt}^{\text{sólidos}} = m_M \cdot \chi_M^{\text{sólidos}}$$

Primeramente se procederá a convertir las concentraciones en porcentaje a fracción másica:

$$\chi_{Tc}^{\text{sólidos}} = \frac{50 \text{ kg sólidos}}{100 \text{ kg tomate conc}} = 0,5 \frac{\text{kg sólidos}}{\text{kg tomate conc}}$$

$$\chi_{Tt}^{\text{sólidos}} = \frac{5 \text{ kg sólidos}}{100 \text{ kg tomate trit}} = 0,05 \frac{\text{kg sólidos}}{\text{kg tomate trit}}$$

$$\chi_M^{\text{sólidos}} = \frac{30 \text{ kg sólidos}}{100 \text{ kg mezcla}} = 0,3 \frac{\text{kg sólidos}}{\text{kg mezcla}}$$

sustituyendo:

$$400 \cdot 0,5 + m_{Tt} \cdot 0,05 = m_M \cdot 0,3$$

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} m_{Tt} + 400 = m_M \\ 0,05 m_{Tt} + 200 = 0,3 m_M \end{cases}$$

$$0,05 \cdot (m_M - 400) + 200 = 0,3 m_M$$

$$0,05 m_M + 180 = 0,3 m_M$$

$$m_M = \frac{180}{0,25} = 720 \text{ kg}$$

$$m_{Tt} = m_M - 400 = 720 - 400 = 320 \text{ kg}$$